



# Pla Docent de l'Assignatura

## Guia Docent

**Nom de l'assignatura:** Cálculo y métodos numéricos

**Curs acadèmic:** 2012-2013 **Curs:** Primero **Trimestre:** Primero-Segundo(\*)

**Estudis:** **Grado en Ingeniería Informática, Grado en Ingeniería Telemática y Grado en Ingeniería en Sistemas Audiovisuales**

**Codi assignatura:** 21295-21403-21592

**Nombre de crèdits ECTS:** 8

**Nombre total d'hores de dedicació:** 200 horas

**Llengua o llengües de docència:** Castellano y catalan

**Professorat:** Felipe Calderero, Juan Calvo, Gloria Haro, Edoardo Provenzi, Rida Sadek, Jordi Taixés.

**Professorat responsable:** Edoardo Provenzi.

# Guia Docent

## 1. Dades descriptives de l'assignatura

**Nom de l'assignatura:** Cálculo y métodos numéricos

**Curs acadèmic:** 2012-2013 **Curs:** Primero **Trimestre:** Primero-Segundo

**Estudis:** **Grado en Ingeniería Informática, Grado en Ingeniería Telemática y Grado en Ingeniería en Sistemas Audiovisuales**

**Codi assignatura:** 21295-21403-21592

**Nombre de crèdits ECTS:** 8

**Nombre total d'hores de dedicació:** 200 horas

**Llengua o llengües de docència:** Castellano, catalan

**Professorat:** Felipe Calderero, Juan Calvo, Gloria Haro, Edoardo Provenzi, Rida Sadek, Jordi Taixés.

**Professorat responsable:** Edoardo Provenzi.

## 2. Presentació de l'assignatura

Esta asignatura proporcionará a los estudiantes los conceptos básicos relacionados con el cálculo diferencial para funciones de una y varias variables. Se presentarán tanto conceptos abstractos, imprescindibles en la formación cultural de cualquier ingeniero, como aplicaciones a problemas concretos, para remarcar ya desde el comienzo de la carrera la importancia no solo teórica del cálculo diferencial.

El curso consta de dos partes, que se desarrollarán, respectivamente, en el primer y en el segundo trimestre. Los actores fundamentales de la primera parte son las funciones de una sola variable, mientras que en la segunda parte se desarrolla el cálculo diferencial para funciones de varias variables.

A continuación se presenta el resumen de los temas que se enseñaran durante el **primer trimestre**:

1. Introducción al curso, conjuntos, el concepto de elemento generico de un conjunto, notación matemática, conjuntos numericos, intervalos reales, implicaciones, cuantificadores, demostración por absurdo;
2. Funciones: generalidades, gráfico, propiedades, operaciones algebraicas, composición, inversión, funciones elementales y sus gráficos, operaciones sobre gráficos: traslación, dilatación, simetrias del valor absoluto, cálculo de dominios de funciones (y repaso, contemporaneo, de ecuaciones e inecuaciones algebraicas y trascendentes);
3. Introducción historica al cálculo diferencial con motivaciones que vienen de la geometria curvilinea y de la mecanica, límites funcionales, límites por la izquierda y derecha, continuidad, infinitos e infinitesimos de orden superior e inferior, límites indeterminados, expresiones asintoticas, limites notables, cálculo de limites de polinomios;
4. Derivación, diferenciación, equivalencia y entre ellas, diferencial, el concepto de linealización local, recta tangente al gráfico de una función en un punto, derivadas de funciones elementales;
5. Teorema de Bolzano, Weierstrass, Lagrange y de l'Hôpital, ordenes de infinitos e infinitesimos, derivadas de orden superior, concavidad y convexidad, desarrollo de Taylor de una función, aplicación al cálculo de limites en forma indeterminada, estudio gráfico de funciones, el concepto de optimización y ejemplos concretos;

6. El método de Newton 1-D para la determinación de ceros de funciones, errores en los métodos iterativos, aplicación a la determinación aproximada de puntos notables para el estudio gráfico de una función;
7. Introducción a las integrales, construcción de Riemann, primitivas, teorema fundamental del calculo y teorema de la media integral. Cálculo de integrales inmediatas, semi-inmediatas, por sustitución y por descomposición en fracciones parciales, integrales de funciones trigonometricas y formulas de ortogonalidad. Aproximación numérica: la fórmula de Cavalieri-Simpson, aplicaciones.
8. Sucesiones, series numericas, series de Taylor y series de potencias, un ejemplo notable: la serie de Euler y la formula del exponencial complejo. Aplicaciones.

A continuación se presenta el resumen de los temas que se enseñaran durante el **segundo trimestre**:

1. Espacio Euclideo real n-dimensional, introducción a las funciones en varias variables y operaciones entre ellas, el concepto de funciones componentes de funciones a valores vectoriales;
2. Curvas como ejemplo notable de funciones a valores vectoriales, curvas suaves, rectas tangentes y velocidad, longitud de una curva;
3. Superficies como ejemplo notable de funciones de dos variables, curvas de nivel, conicas y cuadraticas;
4. Cálculo diferencial en varias variables: derivadas parciales, gradiente, derivadas direccionales, teorema del gradiente y direcciones de máximo crecimiento y decrecimiento, plano tangente, matriz Jacobiana, regla de la cadena, derivadas de orden superior, matriz Hessiana, formula de Taylor;
5. Optimización en varias variables: extremos libres y vinculados, técnica de los multiplicadores de Lagrange;
6. Integración en varias variables: integrales dobles y triples, operadores diferenciales divergencia y rotacional, campos vectoriales, teoremas de Gauss-Green y teorema de la divergencia, aplicaciones;
7. Métodos numericos iterativos de Newton n-D y del descenso/ascenso por gradiente: aplicaciones a la resolución aproximada de sistemas no lineales.

El objetivo principal de la asignatura es hacer que el estudiante conozca el significado intrínseco de los conceptos del cálculo diferencial y sepa aplicarlos a la resolución de problema concretos, que verán presentados sobre todo en las horas de prácticas y seminarios.

Los instrumentos del cálculo diferencial tienen un campo de aplicabilidad prácticamente universal, que el estudiante podrá apreciar en la prosecución de sus estudios.

Competències generals	Competències específiques
<p><b>Instrumentals</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Capacidad de comprender y analizar enunciados matemáticos.</li> <li>2. Capacidad de identificar la metodología adecuada para analizar un problema i encontrar su solución.</li> <li>3. Habilidad de expresar ideas y conceptos matemáticos de forma oral y escrita de manera precisa.</li> <li>4. Capacidad de abstracción.</li> </ol> <p><b>Interpersonals</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>5. Capacidad de trabajar en equipo tanto para resolver problemas como para profundizar contenidos teóricos.</li> <li>6. Capacidad de comunicar ideas de forma precisa, tanto de forma oral como escrita.</li> </ol> <p><b>Sistèmiques</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>7. Capacidad de trabajar de forma autónoma para resolver un problema.</li> <li>8. Capacidad de buscar las soluciones más adecuadas según las características de cada contexto.</li> <li>9. Capacidad de inferir nociones matemáticas.</li> <li>10. Acostumbrarse a la comprobación y interpretación de las soluciones, no olvidándose de los casos particulares.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Capacidad de identificar y justificar la aplicación del modelo matemático adecuado para analizar un problema y encontrar su solución.</li> <li>2. Habilidad de expresar ideas y conceptos matemáticos de forma oral y escrita de manera precisa.</li> <li>3. Capacidad de entender y saber reproducir demostraciones teóricas.</li> <li>4. Capacidad de resolver los problemas relativos a límites, derivadas e integrales en una y varias variables, estudio gráfico de funciones de una variable, optimización en una y varias variables.</li> <li>5. Capacidad de utilizar los métodos numericos presentados para aproximar la solución de problemas que no se pueden resolver de forma analítica.</li> </ol>

## 4. Continguts

### Primera parte:

#### Bloc 1.

##### Tema 1.

Introducción al curso, conjuntos, el concepto de elemento generico de un conjunto, notación matemática, conjuntos numericos, intervalos reales, implicaciones, cuantificadores, demostración por absurdo.

##### Tema 2.

Funciones: generalidades, gráfico, propiedades, operaciones algebraicas, composición, inversión, funciones elementales y sus gráficos, operaciones sobre gráficos: traslación, dilatación, simetrías del valor absoluto, cálculo de dominios de funciones (y repaso, contemporaneo, de ecuaciones e inecuaciones algebraicas y trascendentes).

#### Bloc 2.

##### Tema 3.

Introducción historica al cálculo diferencial con motivaciones que vienen de la geometria curvilinea y de la mecanica, límites funcionales, límites por la izquierda y derecha, continuidad, infinitos e infinitesimos de orden superior e inferior, límites indeterminados, expresiones asintoticas, limites notables, cálculo de limites de polinomios; Derivación, diferenciación, equivalencia y entre ellas, diferencial, el concepto de linealización local, recta tangente al gráfico de una función en un punto, derivadas de funciones elementales.

##### Tema 4.

Teorema de Lagrange y de l'Hôpital, ordenes de infinitos e infinitesimos, derivadas de orden superior, concavidad y convexidad, desarrollo de Taylor de una función, aplicación al cálculo de limites en forma indeterminada, estudio gráfico de funciones, el concepto de optimización y ejemplos concretos;

#### Bloc 3.

##### Tema 5.

El método de Newton 1-D para la determinación de ceros de funciones, errores en los métodos iterativos, aplicación a la determinación aproximada de puntos notables para el estudio gráfico de una función.

#### **Bloc 4.**

##### **Tema 6.**

Introducción a las integrales, construcción de Riemann, primitivas, teorema fundamental del cálculo y teorema de la media integral. Cálculo de integrales inmediatas, semi-inmediatas, por sustitución y por descomposición en fracciones parciales, aproximación numérica: la fórmula de Cavalieri-Simpson, aplicaciones.

#### **Bloc 5.**

##### **Tema 7.**

Sucesiones, series numéricas, series de Taylor y series de potencias, un ejemplo notable: la serie de Euler y la fórmula del exponencial complejo. Aplicaciones.

#### **Segunda parte:**

#### **Bloc 1.**

##### **Tema 1.**

Espacio Euclideo real  $n$ -dimensional, introducción a las funciones en varias variables y operaciones entre ellas, el concepto de funciones componentes de funciones a valores vectoriales;

#### **Bloc 2.**

##### **Tema 2.**

Curvas como ejemplo notable de funciones a valores vectoriales, curvas suaves, rectas tangentes y velocidad, longitud de una curva;  
Superficies como ejemplo notable de funciones de dos variables, curvas de nivel, cónicas y cuádricas.

#### **Bloc 3.**

##### **Tema 3.**

Cálculo diferencial en varias variables: derivadas parciales, gradiente, derivadas direccionales, teorema del gradiente y direcciones de máximo crecimiento y decrecimiento, plano tangente, matriz Jacobiana, regla de la cadena, derivadas de orden superior, matriz Hessiana, fórmula de Taylor;

#### **Tema 4.**

**Optimización en varias variables: extremos libres y vinculados, técnica de los multiplicadores de Lagrange;**

**Integración en varias variables: integrales dobles y triples, operadores diferenciales divergencia y rotacional, campos vectoriales, teoremas de Gauss-Green y teorema de la divergencia, aplicaciones;**

#### **Bloc 4.**

#### **Tema 5.**

**Métodos numéricos iterativos de Newton n-D y del descenso/ascenso por gradiente: aplicaciones a la resolución aproximada de sistemas no lineales.**

Durante cada bloque de temas teóricos, se propondrán ejercicios de repaso y de consolidación.

La resolución de estos ejercicios servirá al estudiante para testear su comprensión de los argumentos presentados. Las horas de dedicación varían de persona a persona.

Durante las horas de seminarios los estudiantes serán invitados a presentar las soluciones de los ejercicios propuestos y a discutir con los docentes las eventuales dudas o dificultades que han tenido durante la resolución de los ejercicios. Consideramos muy importante esta interacción, por lo tanto es importante que los estudiantes vengan con los ejercicios hechos a los seminarios o, si han tenido problemas, con sus intentos de solución.

Las horas de prácticas serán dedicadas mayoritariamente a ejercicios numéricos y a aplicaciones de modelado de problemas reales.

**Observación importante:** para poder desarrollar el curso es fundamental que los estudiantes sepan resolver ecuaciones e inecuaciones algebraicas y trascendentes (exponenciales, logarítmicas, trigonométricas) y que conozcan los conceptos básicos relativos a las rectas. A principio de la asignatura se hará un breve repaso de estos temas (relacionándolos con la determinación del dominio de funciones). Es imprescindible que los estudiantes tengan una excelente habilidad en la resolución de ecuaciones e inecuaciones y por eso les recomendamos hacer ejercicio con libros de bachillerato o consultando la página web del **Programa Descartes** del Ministerio de la Educación.

## **5. Evaluación**

- Evaluación de la **primera parte del curso:**

Habrá una **prueba escrita final** en *diciembre* que es **imprescindible aprobar con una nota mayor o igual de 5** (sobre la nota máxima de 10) **para considerar aprobada la primera parte** de la asignatura de c culo y metodos numericos;

Bajo la condición de haber tomado una nota superior o igual a 5 en la prueba escrita de diciembre, la nota, P1, de la *primera parte* del curso se calcular  como sigue:

$$P1 = \max(5, p1)$$

donde:

$$p1 = 0.65 * \text{Prueba escrita final} + 0.15 * (\text{Control parcial 1} + \text{Control parcial 2}) + 0.05 * \text{Practica laboratorio}$$

eso quiere decir que las notas que se toman en los controles parciales y en la practica de laboratorio tendrán importancia para subir o bajar la nota final, por lo tanto *es muy importante que los estudiantes sigan el curso con continuidad.*

**Los controles parciales serán test relativos a bloques del temario.** Estos tests sirven para examinar la preparación teorico-practica de los estudiantes y constan de **preguntas teóricas y ejercicios**. Los tests serán utiles a los estudiantes para entender en cuales temas han llegado a tener una preparación suficientes y en cuales tienen que revisar su preparación antes de la prueba escrita final. Ambos controles son **no recuperables**;

La **práctica de laboratorio** consiste en un estudio gráfico de función en el cual hay que usar el método de Newton en una variable. Esta práctica es **no recuperable**.

La **prueba escrita final** contendrá **preguntas teóricas y ejercicios sobre todos los bloques del trimestre**.

La prueba escrita final es **recuperable** con un examen de recuperación en el mes de **julio del mismo año academico**.

Evaluación de la **segunda parte del curso**:

Habrá una **prueba escrita final** en *marzo* que es **imprescindible aprobar con una nota mayor o igual de 5** (sobre la nota máxima de 10) **para considerar aprobada la primera parte** de la asignatura de c culo y metodos numericos;

Bajo la condición de haber tomado una nota superior o igual a 5 en la prueba escrita de marzo, la nota, P2, de la *segunda parte* del curso se calcular  como sigue:

$$P2 = \max(5, p2)$$

donde:

$$p2=0.65*\text{prueba escrita final} + 0.15*(\text{Control parcial 1} + \text{Control parcial 2}) + 0.05*\text{Practica laboratorio}$$

eso quiere decir que las notas que se toman en los controles parciales y en la practica de laboratorio tendrán importancia para subir o bajar la nota final, por lo tanto *es muy importante que los estudiantes sigan el curso con continuidad.*

**Los controles parciales serán test relativos a bloques del temario.** Estos tests sirven para examinar la preparación teorico-practica de los estudiantes y constan de **preguntas teóricas y ejercicios**. Los tests serán utiles a los estudiantes para entender en cuales temas han llegado a tener una preparación suficientes y en cuales tienen que revisar su preparación antes de la prueba escrita final. Ambos controles son **no recuperables**;

La **práctica de laboratorio** consiste en la aplicación del método de Newton n-dimensional y del método del descenso por gradiente a unos problemas que se presentarán a los estudiantes. Esta práctica es **no recuperable**.

La **prueba escrita final** contendrá **preguntas teóricas y ejercicios sobre todos los bloques del trimestre**.

La prueba escrita final es **recuperable** con un examen de recuperación en el mes de **julio del mismo año académico**.

Distinguimos los casos siguientes:

1) Si un estudiante aprueba ambas partes del curso en diciembre y marzo, respectivamente, habrá aprobado la asignatura con una nota final dada por la media aritmetica de la nota de las dos partes:

$$\text{Nota final curso} = (P1 + P2)/2.$$

2) Si un estudiante ha aprobado la primera parte, pero no la segunda, tendrá que recuperar la segunda parte con el examen de julio. De la misma forma, si un estudiante ha aprobado la segunda parte, pero no la primera, tendrá que recuperar la primera parte en julio. *No se pide la recuperación de una parte que ya se haya aprobado en diciembre o marzo.* Si, después del examen de julio, un estudiante tiene una nota superior o igual a 5 en cada parte, se considerará aprobada la asignatura, siempre con una nota final dada por la media aritmetica de las notas (de la parte que había aprobado y de la nota del examen de julio).

3) Si un estudiante no ha aprobado ninguna de las dos partes, tendrá que recuperar ambas con el examen de recuperación de julio. En este caso el examen constará de dos partes separadas y se dará el tiempo al estudiante de descansar entre una parte y la otra. De nuevo, se considerará aprobada la asignatura si y solo si el estudiante toma una nota mayor o igual de 5 en el examen de recuperación de ambas partes. La nota final será, como para los casos 1) y 2), la media aritmetica de las dos notas obtenidas.

La tabla siguiente resume lo que se ha dicho:

	ELEMENTS	PES	RECUPERABLE
<b>Proves escrites</b>	Prova escrita final (Para aprobar hay que obtener una nota $\geq 5$ )	65.00%	Recuperable
<b>Productes escrits</b>	Control parcial 1	15.00%	No recuperable
	Control parcial 2	15.00%	No recuperable
<b>Proves d'execució</b>	Práctica laboratorio	5.00%	No recuperable

## 6. Bibliografía

Apuntes de Edoardo Provenzi (primera parte) y apuntes de Gloria Haro y Edoardo Provenzi (segunda parte);

G. **STRANG**, *Calculus*, Wesley-Cambridge Press, 1992, disponible online:

[ocw.mit.edu/ans7870/resources/Strang/strangtext.htm](http://ocw.mit.edu/ans7870/resources/Strang/strangtext.htm)

T.M. **APOSTOL**: *Calculus. Vol 1&2, 2a ed.*, Editorial Reverte, 1992;

M. **SPIVAK**: *Calculo infinitesimal, 3a ed.*, Cambridge University Press, 2006.

## 7. Programació de sessions presencials

Primer trimestre:

	Teoría	Practicas	Seminarios
Setmana 1	Conjuntos y funciones	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 2	Limites	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 3			
Setmana 4	Derivadas	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 5	Desarrollo de Taylor	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 6	Control parcial 1	Control parcial 1	Control parcial 1
Setmana 7	Método de Newton 1-D	Laboratorio	Laboratorio
Setmana 8	Integrales	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 9	Sucesiones y series	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 10	Control parcial 2	Control parcial 2	Control parcial 2

Segundo trimestre:

	Teoría	Practicas	Seminarios
Setmana 1	Funciones de varias variables	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 2	Curvas y superficies	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 3	Cálculo diferencial en varias variables	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 4	Matriz Jacobiana y Hessiana, formula de Taylor n-D	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 5	Extremos libres y condicionados en varias variables	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 6	Control parcial 1	Control parcial 1	Control parcial 1
Setmana 7	Integrales dobles y triples	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 8	Campos vectoriales y Teoremas de Gauss-Green y Teorema de la divergencia	Ejercicios	Ejercicios
Setmana 9	Métodos iterativos de Newton n-D y de descenso/ascenso por gradiente	Laboratorio	Laboratorio
Setmana 10	Control parcial 2	Control parcial 2	Control parcial 2